

06/2017

Lehrplan

DFG / LFA

Mathematik

Zweig: ES

Klassenstufe 10

Lehrplan validiert durch das Ministère de l'Éducation nationale, das Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg und das Ministerium für Bildung und Kultur Saarland

1 Leitgedanken

1.1 Bildungswert des Faches

Ein allgemeinbildender Mathematikunterricht soll unter anderem

- den Schülerinnen und Schülern die Mathematik als anwendungsbezogene, alltagsrelevante sowie beweisende, deduzierende und experimentelle Wissenschaft näherbringen,
- Kreativität und Fantasie fördern,
- befähigen Zusammenhänge und ihre Gesetzmäßigkeiten zu erkennen und mit ihnen umzugehen,
- den Schülerinnen und Schülern die kulturelle, historische und philosophische Entwicklung der Mathematik aufzeigen,
- als Übungsfeld für Arbeitstechniken sowie Entwicklungsfeld von kognitiven Strategien dienen,
- Vernetzungen zwischen den einzelnen Teildisziplinen der Mathematik und mit anderen Wissenschaften verdeutlichen,
- zur allgemeinen Studierfähigkeit beitragen.

Er bildet die fachliche Grundlage für diejenigen jungen Menschen, die nach der Schule ein durch mathematische Denkweisen geprägtes Studium oder Berufsfeld wählen. Dies sind heutzutage neben den mathematischen, naturwissenschaftlichen und technischen Fächern verstärkt Arbeitsfelder in den wirtschafts- und sozialwissenschaftlichen Bereichen.

Daher ergeben sich für einen allgemeinbildenden Mathematikunterricht unter anderem die folgenden **Ziele**:

- Der Unterricht erzieht zu begrifflicher Präzision; er vermittelt die Fähigkeit, Aussagen exakt zu formulieren und logische Schlussfolgerungen zu ziehen.
- Er fördert die Bereitschaft und die Kompetenz zum Argumentieren und Kritisieren.
- Er verwendet verschiedene Stufen des Argumentierens, vom beispielgebundenen Verdeutlichen bis zum formalen Beweisen.
- Der Unterricht schult das Mathematisieren, d.h. die Fähigkeit, reale Situationen in die Sprache der Mathematik zu übersetzen, die entwickelten Modelle mathematisch zu bearbeiten und die Ergebnisse zu interpretieren.
- Der Unterricht fördert das entdeckende Lernen. Die Ausbildung heuristischer Strategien beim Experimentieren und Probieren befähigt die Schülerinnen und Schüler, Beziehungen und Strukturen zu entdecken und sie zu analysieren.
- Der Unterricht versetzt die Schülerinnen und Schüler in die Lage, aus einer Menge von Informationen die für eine anstehende Aufgabe wesentlichen Informationen heraus zu filtern.
- Der Unterricht stärkt und erweitert das Kommunikationsvermögen. Mathematische Sachverhalte werden mündlich und schriftlich dargestellt oder graphisch veranschaulicht. Das Übersetzen zwischen verschiedenen Darstellungsformen, das Formalisieren und das algorithmische und kalkülhafte Arbeiten sind spezifische Formen des mathematischen Ausdrucks. Die Beherrschung der Fachsprache öffnet den Zugang zu vielen Disziplinen,

insbesondere den naturwissenschaftlichen, technischen und wirtschaftswissenschaftlichen Fächern.

- Der Unterricht fördert die Kreativität und Fantasie, indem er auch Elemente des Spielerischen aufweist und die Ästhetik von Darstellungen betont.
- Der Unterricht gibt exemplarisch Einblicke in die historische Genese der Mathematik und ihre Bedeutung für die Entwicklung unserer Gesellschaft.
- Der Unterricht leitet die Schülerinnen und Schüler sowohl zum selbstständigen als auch zum kooperativen Lernen an. Er trägt zur Entwicklung von Selbstbewusstsein und Selbstdisziplin, von Leistungsbereitschaft und Konzentrationsfähigkeit bei.
- Der Unterricht befähigt zu einem weiteren mathematischen oder wissenschaftlichen Studium oder Berufsweg.

1.2 Kompetenzen

Der vorliegende Lehrplan berücksichtigt die in den Bildungsstandards zur Allgemeinen Hochschulreife für das Fach Mathematik formulierten prozessbezogenen, allgemein-mathematischen Kompetenzen ohne eine explizite Kennzeichnung und Zuordnung zu diesen vorzunehmen.

Ganz allgemein sollen die Schüler fähig sein

- wissenschaftliche Untersuchungen durchzuführen, entsprechende mathematische Modelle zu finden bzw. vorliegende Modelle kritisch zu reflektieren,
- Beweise und Begründungen durchzuführen,
- Informationen aus Darstellungen zu entnehmen und umgekehrt Ergebnisse geeignet darzustellen,
- geeignete Hilfsmittel zur Problemlösung auszuwählen und einzusetzen,
- sich über Mathematik, die Ergebnisse und Wege von Lösungen sowohl mündlich als auch schriftlich auszutauschen.

1.3 Didaktische Hinweise

Was die Mathematik des ES-Zweiges auszeichnet, ist ihr wirtschaftlicher Kontextbezug. Entsprechend müssen im Unterricht die Anwendungen der Mathematik eine zentrale Rolle spielen. Speziell in der Klasse 2nd muss genügend Zeit für die Zusammenführung gegeben werden. Hier werden unterschiedliche Herangehens-, Sprech- und Schreibweisen thematisiert. Grundlagen werden angeglichen und gefestigt.

Der Lehrplan ist nach einzelnen Lernbereichen gegliedert.

Daran anschließend sind in zwei Spalten der verbindliche Inhalt und die verbindlichen zu erwartenden Fähigkeiten aufgeführt. Die Zuordnung der erwarteten Fähigkeiten zu den Inhalten schließt nicht aus, dass weitere Fähigkeiten von den Schülerinnen und Schülern erworben werden können. Die dargestellte Form der Inhalte lässt den Unterrichtenden alle Freiheiten der Umsetzung. Die Formulierung der Inhalte beschränkt sich auf wesentliche Inhalte und Themen. Darüber hinaus können im Unterricht weitere Inhalte thematisiert werden. Es erscheint sinnvoll, verschiedene Inhalte und Fähigkeiten zu vernetzen und in anderen Zusammenhängen immer wieder aufzugreifen, so dass ein spiralförmiges vertiefendes Lernen möglich wird.

Die Reihenfolge der einzelnen Themen ist nur insoweit verbindlich, wie es sachlogisch geboten erscheint. Darüber hinaus nimmt sie aber die didaktisch-methodischen Entscheidungen der Lehrkraft bzw. der Fachkonferenzen Mathematik nicht vorweg.

1.4 Hinweise zur Abiturprüfung und dem Einsatz elektronischer Hilfsmittel

In weiten Teilen des Alltagslebens und nahezu allen Bereichen des Berufslebens, in denen höher qualifizierte Tätigkeiten ausgeübt werden, ist es von Bedeutung quantitative Zusammenhänge und abstrakte Strukturen zu erfassen und zu bearbeiten. Dabei kommen heuristische Vorgehensweisen, Problemlösestrategien und Verfahren zum Tragen, die weit über die elementaren Rechen-techniken hinausgehen. Hier bieten der grafikfähige Taschenrechner (GTR) und entsprechende (dynamische) Mathematiksoftware Möglichkeiten und Hilfestellungen. Der Einsatz von elektronischen Hilfsmitteln fördert zusätzlich das Verstehen der zugrunde liegenden mathematischen Methoden und ermöglicht eine kritische Auseinandersetzung mit Möglichkeiten und Grenzen der Hilfsmittel.

Ein grafikfähiger Taschenrechner ist daher in allen S-Zweigen im Unterricht und den Prüfungen einzusetzen. Die Schülerinnen und Schüler sind zu einem zielgerichteten und kritischen Umgang mit dem GTR anzuleiten.

2 Kompetenzen

2.1 Algebra

Inhalt	Kompetenzen
<p>Prozentrechnung</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grundlagen der Prozentrechnung • Prozentuale Angabe einer Zu- oder Abnahme • Variationen eines Prozentsatzes • Prozentsätze bei mehrfacher Veränderung des Grundwertes • Prozente von Prozenten • Schnitt und Vereinigung von Teilmengen der Ausgangsmenge • Vergleich von Prozentsätzen, die auf gleiche oder verschiedene Ausgangsmengen bezogen sind • Grafiken (mit absoluten Werten und Prozentsätzen) 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • können die Grundaufgaben der Prozentrechnung lösen und zwischen Grundwert, Prozentwert und Prozentsatz unterscheiden • können übergehen von der im Sprachgebrauch benutzten additiven Formulierung („um 5% erhöht“) zu der beim Rechnen verwendeten multiplikativen Struktur („Wachstumsfaktor“ $1,05=1+5/100$) und umgekehrt • können aus Daten einen Index entwickeln, um die Entwicklung von Größen darzustellen und zu vergleichen. Sie können eine indizierte Darstellung verschiedener Größen geeignet interpretieren • können auch in komplexeren Aufgaben den Grundwert ausfindig machen, auch wenn dieser nicht explizit genannt ist • können Anteile von Anteilen (Angabe absolut oder in Prozent) berechnen • können Schnittmengen, Teilmengen und Vereinigungsmengen kontextorientiert interpretieren • begründen, warum man aus einer relativen Angabe in Prozent nicht auf die absolute Reihenfolge schließen kann • interpretieren komplexere Grafiken, können Informationen entnehmen und auswerten.
<p>Potenzen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Potenzen • n-te Wurzeln 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • können die Potenzgesetze anwenden; sie kennen dabei die Bedeutung eines negativen Exponenten • können Gleichungen der Form $x^n = a$ lösen, auch mit Hilfe des GTR • können zwischen Potenz und Wurzelschreibweise wechseln und mit rationalen Exponenten rechnen.

<p>Logarithmen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Definition • Logarithmengesetze • Basiswechsel • Exponentialgleichungen 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • geben mit Hilfe des Logarithmus die Lösung der Gleichung $b^x = y$ an ($b > 1$) • wenden die Logarithmengesetze an • können jeden Logarithmus auf einen Logarithmus der Basis 10 zurückführen und dann mit Hilfe des Taschenrechners berechnen $\log_b(y) = \frac{\log_{10}(y)}{\log_{10}(b)}$ <ul style="list-style-type: none"> • lösen einfache Exponentialgleichungen mit Hilfe der Logarithmengesetze: $a \cdot b^x = c$, $a \cdot b^x = c \cdot d^x$, $b^{ax+d} = c$, $b^{ax+c} = d^{ex+f}$
<p>Lineare Gleichungssysteme</p> <ul style="list-style-type: none"> • LGS mit dem GAUSS-Verfahren • Lösungsmengen 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • können ein LGS mit bis zu drei Gleichungen und bis zu drei Unbekannten rechnerisch lösen • geben in den verschiedenen Fällen die Lösungsmengen an; auch in überbestimmten und unterbestimmten LGS • können beliebige LGS sicher mit dem GTR lösen und die Lösungsmenge geeignet angeben.

Hinweise

- In den Anwendungen sollten Aufgaben zur Mehrwertsteuer, Entwicklung von Aktienkursen, Bevölkerungsentwicklung, Arbeitslosenquoten, Inflationsraten etc. behandelt werden.
- Es kann hilfreich sein, bei den linearen Gleichungssystemen bereits die Matrix-Schreibweise einzuführen.

2.2 Analysis

Inhalt	Kompetenzen
<p>Der Begriff der Funktion</p> <ul style="list-style-type: none"> • Anordnung • Intervalle • Lineare Gleichungen mit einer Variablen • Grundlegende Begriffe und 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • stellen Intervalle graphisch dar • bestimmen einen Schnitt und eine Vereinigung von Intervallen • lösen lineare Ungleichungen mit einer Variab-

<p>Eigenschaften von Funktionen</p>	<p>len</p> <ul style="list-style-type: none"> • kennen den Begriff der Funktion als eindeutige Zuordnung • entscheiden anhand von Schaubildern, ob es ein Schaubild einer Funktion sein kann • kennen die Begriffe Definitionsbereich und Wertbereich einer Funktion • definieren den Begriff streng monoton steigende Funktion und monoton steigende Funktion • können anhand des Schaubildes einer Funktion ihre Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen und die Monotoniebereiche einer Funktion - ohne Ableitung - angeben und das Schaubild auf Symmetrie untersuchen • lösen Gleichungen und Ungleichungen graphisch.
<p>Grundfunktionen</p>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • kennen die Grundfunktionen: $f(x) = ax + b$; $f(x) = x^2$; $f(x) = \frac{1}{x}$; $f(x) = \sqrt{x}$ $f(x) = x^3$; $f(x) = x$; $f(x) = \sin(x)$; $f(x) = \cos(x)$ • können folgende Transformationen der Grundfunktionen erkennen und durchführen: $g(x) = f(x) + c$; $g(x) = a \cdot f(x)$ $g(x) = f(x+b)$ • können die Grundfunktionen miteinander kombinieren und die Schaubilder der entstehenden Funktionen skizzieren (Ordinatenaddition).
<p>Grenzwerte</p> <ul style="list-style-type: none"> • Grenzwerte für Funktionen an einer Stelle x_0 • Grenzwerte für Funktionen für betragsgroße x • Grenzwertsätze 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • untersuchen das Verhalten einer Funktion, indem sie die x-Werte einer vorgegebenen Zahl x_0 annähern und die zugehörigen Funktionswerte berechnen (auch mit GTR) • untersuchen das Verhalten einer Funktion, indem sie die x-Werte immer größer ($x \rightarrow \infty$) bzw. immer kleiner ($x \rightarrow -\infty$) werden lassen und die zugehörigen Funktionswerte berechnen (auch mit GTR) • haben eine anschauliche Vorstellung der Grenzwertsätze • bestimmen die Grenzwerte von zusammenge-

	setzen Funktionen mit Hilfe der Grenzwertsätze.
Stetigkeit an einer Stelle x_0 bzw. in einem Intervall	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> nennen Beispiele für nichtstetige Funktionen und stetige Funktionen können den Zwischenwertsatz insbesondere für die Existenz von Nullstellen anwenden.
Ganzrationale Funktionen <ul style="list-style-type: none"> Definition einer ganzrationalen Funktion Graphen von ganzrationalen Funktionen Eigenschaften von ganzrationalen Funktionen 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> kennen die Definition einer ganzrationalen Funktion, können ihren Grad und ihre Koeffizienten angeben können für ganzrationale Funktionen ersten Grades (Lineare Funktionen) die Steigung der zugehörigen Geraden ablesen bestimmen die Funktionsgleichung für gegebene Eigenschaften einer ganzrationalen Funktion ersten Grades können sicher mit ganzrationalen Funktionen umgehen und diese auf ihre Eigenschaften untersuchen: <ul style="list-style-type: none"> die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen berechnen eine Vorzeichenuntersuchung in Form einer Tabelle vornehmen. das Schaubild einer ganzrationalen Funktion auf Achsensymmetrie zur y-Achse und Punktsymmetrie zum Ursprung untersuchen. anhand des Schaubildes einer Funktion ihre Monotoniebereiche - ohne Ableitung – angeben. die zugehörigen Schaubilder skizzieren. den Grenzwert für $x \rightarrow \infty$ einer ganzrationalen Funktion bestimmen.
Notwendige Verfahren zur Funktionsuntersuchung	Die Schülerinnen und Schüler

	<ul style="list-style-type: none"> wenden die Lösungsformen quadratischer Gleichungen und Ungleichungen an führen Polynomdivisionen durch wenden das Verfahren der Substitution an zerlegen einen gegebenen Funktionsterm in Linearfaktoren
<p>Ableitungen von Funktionen</p> <ul style="list-style-type: none"> Herleitung und Definition der Ableitung einer Funktion an einer Stelle Die Ableitungsfunktion Ableitungsfunktionen der Grundfunktionen Aufstellen von Tangenten Ableitungsregeln 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> kennen den Begriff der Differenzierbarkeit und die Schreibweise $f'(x_0)$ interpretieren die Ableitung einer Funktion an einer Stelle als Steigung der Tangente an dieser Stelle geometrisch erläutern den Unterschied zwischen der Ableitung an einer Stelle und der Ableitungsfunktion skizzieren anhand eines gegebenen Schaubildes einer Funktion die Ableitungsfunktion kennen die Ableitungsfunktionen der folgenden Grundfunktionen: $f(x) = c; f(x) = x; f(x) = x^2;$ $f(x) = \frac{1}{x}; f(x) = \sqrt{x}$ bestimmen die Funktionsgleichung der Tangenten in einem Punkt des Schaubildes einer gegebenen Funktion bestimmen die Funktionsgleichung der Tangenten an das Schaubild einer gegebenen Funktion von einem nicht auf dem Schaubild liegenden Punkt wenden folgende Regeln an: <ul style="list-style-type: none"> Potenzregel Faktorregel Summenregel bestimmen höhere Ableitungsfunktionen.
<p>Untersuchung von Funktionen mit Hilfe der Ableitungsfunktionen</p> <ul style="list-style-type: none"> Monotoniebereiche Extremstellen Krümmungsverhalten des 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> untersuchen gegebene Funktionen mit Hilfe ihrer Ableitungsfunktionen bestimmen mit Hilfe der Vorzeichenuntersu-

<p>Graphen, Wendepunkt</p> <ul style="list-style-type: none"> • Schaubild • vollständige Untersuchung 	<p>chung der ersten Ableitungsfunktion in Form einer Tabelle die Monotoniebereiche der Funktion</p> <ul style="list-style-type: none"> • können: <ul style="list-style-type: none"> - die Begriffe „lokales Maximum / Minimum“ definieren. - mit Hilfe der Vorzeichenuntersuchung der ersten Ableitung in Form einer Tabelle die lokalen Extrema einer Funktion bestimmen. - globale Extrema auf einem Intervall bestimmen (Randwerte). • definieren das Krümmungsverhalten eines Schaubildes und verwenden den Begriff Wendepunkt • bestimmen mit Hilfe der Vorzeichenuntersuchung der zweiten Ableitung in Form einer Tabelle die Wendepunkte einer Funktion. • zeichnen das Schaubild einer Funktion mit Hilfe der zuvor erarbeiteten Eigenschaften • können eine ganzrationale Funktion auf Eigenschaften (Definitionsmenge, Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Vorzeichentabelle, Symmetrie, Verhalten für $x \rightarrow \infty$, Monotoniebereiche, Extrema, Wendepunkte) untersuchen und mit Hilfe der Ergebnisse das Schaubild zeichnen.
---	---

Hinweise

- Insbesondere auch im Hinblick auf ökonomische Funktionen sollen die Schülerinnen und Schüler sich an den Gebrauch verschiedener Variablen gewöhnen (x, t, s, usw.).
- Bei der Betragsfunktion können auch abschnittsweise definierte Funktionen untersucht werden.
- Der Begriff der Verkettung von Funktionen soll hier noch nicht eingeführt werden.

2.3 Anwendungsaufgaben im wirtschaftlichen Kontext

Inhalt	Kompetenzen
<p>Anwendungen</p> <ul style="list-style-type: none"> • Ökonomische Anwendungsaufgaben • Herleitung ökonomischer Begriffe • Bestimmung von ganzratio- 	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> • wenden die Kenntnisse der Differentialrechnung insbesondere auf ökonomische Problemstellungen an • können mit folgenden Begriffen umgehen: <ul style="list-style-type: none"> - Angebot- und Nachfragefunktion - Kostenfunktion, Erlös- und Umsatz-

nalen Funktionen	<p>funktion</p> <ul style="list-style-type: none">- Gewinnfunktion,- Durchschnittskosten (Stückkosten)- Grenzkosten,- Variable Kosten, Fixkosten,- Gewinngrenze, Gewinnschwelle, Gewinnzone- Kapazitätsgrenze- Betriebsminimum, Betriebsoptimum, langfristige Preisuntergrenze <ul style="list-style-type: none">• lösen Extremwertaufgaben• bestimmen die Funktionsgleichung einer ganzrationalen Funktion zu gegebenen Eigenschaften.
------------------	--

3 Operatoren

Operator	Definition
angeben, nennen	Ergebnisse numerisch oder verbal formulieren, ohne Darstellung des Lösungsweges und ohne Begründungen
begründen	eine Aussage, einen Sachverhalt durch Berechnung, nach gültigen Schlussregeln, durch Herleitung oder in inhaltlicher Argumentation verifizieren oder falsifizieren
berechnen, bestimmen	Ergebnisse von einem Ansatz oder einer Formel ausgehend durch Rechenoperationen gewinnen
beschreiben	einen Sachverhalt oder ein Verfahren in vollständigen Sätzen unter Verwendung der Fachsprache mit eigenen Worten wiedergeben
beweisen, zeigen	Aussagen unter Verwendung von bekannten mathematischen Sätzen, logischen Schlüssen und Äquivalenzumformungen und unter Beachtung formaler Kriterien verifizieren
darstellen	mathematische Objekte in einer fachlich üblichen oder in einer vorgeschriebenen Form wiedergeben, graphisch darstellen: Anfertigen einer zeichengenauen, graphischen Darstellung auf der Basis der genauen Wiedergabe wesentlicher Punkte, bzw. maßgetreues oder maßstäbliches zeichnerisches Darstellen eines Objekts
deuten, interpretieren	Sachverhalte, Phänomene, Strukturen oder Ergebnisse in eine andere mathematische Sichtweise umdeuten oder rückübersetzen auf das ursprüngliche Problem
entnehmen	aus vorgegebenen Darstellungen Daten zur Beantwortung von Fragen oder zur Weiterverarbeitung aufbereiten
erklären, erläutern	Sachverhalte auf der Grundlage von Vorkenntnissen so darlegen und veranschaulichen, dass sie verständlich werden
nutzen, umgehen mit, verwenden	Fachbegriffe, Regeln, mathematische Sätze, Zusammenhänge oder Verfahren auf einen anderen Sachverhalt beziehen
skizzieren	die wesentlichen Eigenschaften eines Objekts graphisch vereinfacht darstellen
überprüfen	durch Anwendung mathematischer Regeln oder Kenntnisse in einer ergebnisoffenen Situation einen vorgegebenen Sachverhalt verifizieren oder falsifizieren
untersuchen	Sachverhalte, Probleme, Fragestellungen nach bestimmten, fachlich üblichen beziehungsweise sinnvollen Kriterien zielorientiert erkunden
vergleichen	Gemeinsamkeiten und Unterschiede herausarbeiten
zuordnen	einen begründeten Zusammenhang zwischen Objekten oder Darstellungen herstellen