



06/2017

# Lehrplan

## DFG / LFA

# Mathematik

Zweig: L

**Klassenstufe 10**

Lehrplan validiert durch das Ministère de l'Éducation nationale, das Ministerium für Kultus, Jugend und Sport Baden-Württemberg und das Ministerium für Bildung und Kultur Saarland

# 1 Leitgedanken

## 1.1 Bildungswert des Faches

Ein allgemeinbildender Mathematikunterricht soll unter anderem

- den Schülerinnen und Schülern die Mathematik als anwendungsbezogene, alltagsrelevante sowie beweisende, deduzierende und experimentelle Wissenschaft näherbringen
- Kreativität und Fantasie fördern
- befähigen Zusammenhänge und ihre Gesetzmäßigkeiten zu erkennen und mit ihnen umzugehen
- den Schülerinnen und Schülern die kulturelle, historische und philosophische Entwicklung der Mathematik aufzeigen
- als Übungsfeld für Arbeitstechniken sowie Entwicklungsfeld von kognitiven Strategien dienen
- Vernetzungen zwischen den einzelnen Teildisziplinen der Mathematik und mit anderen Wissenschaften verdeutlichen
- zur allgemeinen Studierfähigkeit beitragen.

Daher ergeben sich für einen allgemeinbildenden Mathematikunterricht unter anderem die folgenden **Ziele**:

- Der Unterricht erzieht zu begrifflicher Präzision; er vermittelt die Fähigkeit, Aussagen exakt zu formulieren und logische Schlussfolgerungen zu ziehen.
- Er fördert die Bereitschaft und die Kompetenz zum Argumentieren und Kritisieren.
- Er verwendet verschiedene Stufen des Argumentierens, vom beispielgebundenen Verdeutlichen bis zum formalen Beweisen.
- Der Unterricht schult das Mathematisieren, d.h. die Fähigkeit, reale Situationen in die Sprache der Mathematik zu übersetzen, die entwickelten Modelle mathematisch zu bearbeiten und die Ergebnisse zu interpretieren.
- Der Unterricht fördert das entdeckende Lernen. Die Ausbildung heuristischer Strategien beim Experimentieren und Probieren befähigt die Schülerinnen und Schüler, Beziehungen und Strukturen zu entdecken und sie zu analysieren.
- Der Unterricht versetzt die Schülerinnen und Schüler in die Lage, aus einer Menge von Informationen die für eine anstehende Aufgabe wesentlichen Informationen herauszufiltern.
- Der Unterricht stärkt und erweitert das Kommunikationsvermögen. Mathematische Sachverhalte werden mündlich und schriftlich dargestellt oder graphisch veranschaulicht. Das Übersetzen zwischen verschiedenen Darstellungsformen, das Formalisieren und das algorithmische und kalkülhafte Arbeiten sind spezifische Formen des mathematischen Ausdrucks. Die Beherrschung der Fachsprache öffnet den Zugang zu vielen Disziplinen, insbesondere den naturwissenschaftlichen, technischen und wirtschaftswissenschaftlichen Fächern.
- Der Unterricht fördert die Kreativität und Fantasie, indem er auch Elemente des Spielerischen aufweist und die Ästhetik von Darstellungen betont.
- Der Unterricht gibt exemplarisch Einblicke in die historische Genese der Mathematik und ihre Bedeutung für die Entwicklung unserer Gesellschaft.
- Der Unterricht leitet die Schülerinnen und Schüler sowohl zum selbstständigen als auch zum kooperativen Lernen an. Er trägt zur Entwicklung von Selbstbewusstsein und Selbstdisziplin, von Leistungsbereitschaft und Konzentrationsfähigkeit bei.

## 1.2 Kompetenzen

Der vorliegende Lehrplan berücksichtigt die in den Bildungsstandards zur allgemeinen Hochschulreife für das Fach Mathematik formulierten prozessbezogenen, allgemein-mathematischen Kompetenzen, ohne eine explizite Kennzeichnung und Zuordnung zu diesen vorzunehmen.

Ganz allgemein sollen die Schülerinnen und Schüler fähig sein

- wissenschaftliche Untersuchungen durchzuführen, entsprechende mathematische Modelle zu finden bzw. vorliegende Modelle kritisch zu reflektieren (Modellieren)
- Beweise und Begründungen durchzuführen (Argumentieren und Beweisen)
- geeignete Hilfsmittel zur Problemlösung auszuwählen und einzusetzen (Probleme lösen)
- sich über Mathematik, die Ergebnisse und Wege von Lösungen sowohl mündlich als auch schriftlich auszutauschen (Kommunizieren)
- Informationen aus Darstellungen zu entnehmen und umgekehrt Ergebnisse geeignet darzustellen
- mit symbolischen, formalen und technischen Elementen der Mathematik umzugehen.

## 1.3 Didaktische Hinweise

Speziell in Klasse 10 muss genügend Zeit für die Zusammenführung gegeben werden. Hier werden unterschiedliche Herangehens-, Sprech- und Schreibweisen thematisiert, Grundlagen werden angeglichen und gefestigt. Die Zusammenführung kann zu Beginn von Klasse 10 in einem größeren Block erfolgen.

Der Lehrplan ist nach einzelnen Lernbereichen gegliedert.

In zwei Spalten werden jeweils der verbindliche Inhalt und die verbindlichen zu erwartenden Kompetenzen aufgeführt. Die Zuordnung der erwarteten Kompetenzen zu den Inhalten schließt nicht aus, dass weitere Fähigkeiten von den Schülerinnen und Schülern erworben werden können.

Es erscheint sinnvoll, verschiedene Inhalte und Kompetenzen zu vernetzen und in anderen Zusammenhängen immer wieder aufzugreifen, sodass ein spiralförmiges vertiefendes Lernen möglich wird.

Die Reihenfolge der einzelnen Themen ist nur insoweit verbindlich, wie es sachlogisch geboten erscheint. Darüber hinaus nimmt sie aber die didaktisch-methodischen Entscheidungen der Lehrkraft bzw. der Fachkonferenzen Mathematik nicht vorweg.

## 1.4 Hinweise zur Abiturprüfung und dem Einsatz elektronischer Hilfsmittel

In weiten Teilen des Alltagslebens und nahezu allen Bereichen des Berufslebens, in denen höher qualifizierte Tätigkeiten ausgeübt werden, ist es von Bedeutung quantitative Zusammenhänge und abstrakte Strukturen zu erfassen und zu bearbeiten. Dabei kommen heuristische Vorgehensweisen, Problemlösestrategien und Verfahren zum Tragen, die weit über die elementaren Rechentechniken hinausgehen. Hier bietet entsprechende (dynamische) Mathematiksoftware Möglichkeiten und Hilfestellungen. Der Einsatz von elektronischen Hilfsmitteln fördert zusätzlich das Verstehen der zugrunde liegenden mathematischen Methoden und ermöglicht eine kritische Auseinandersetzung mit Möglichkeiten und Grenzen der Hilfsmittel.

Ein nicht-programmierbarer und nicht-grafikfähiger Taschenrechner ist im L-Zweig im Unterricht und in den Prüfungen einzusetzen.

## 2 Inhalte und Kompetenzen

### 2.1 Algebra

Verbindlicher Inhalt	Verbindliche Kompetenzen
<b>Anordnung</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Intervalle</li> <li>• Ungleichungen</li> <li>• lineare Ungleichungen mit einer Unbekannten</li> </ul>	Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> <li>• wenden die Begrifflichkeiten und Schreibweisen von Intervallen (Schnitt, Vereinigung, Teilmenge, offene und geschlossene Intervalle,...) an</li> <li>• rechnen mit Summen, Differenzen, Produkten und Quotienten bei Ungleichungen</li> <li>• beherrschen bei Ungleichungen den Übergang zum Kehrwert, zur Wurzel, zum Quadrat oder zu einer beliebigen Potenz</li> <li>• lösen Produktungleichungen und Bruchungleichungen mit Hilfe einer Vorzeichen-tabelle.</li> </ul>
<b>Terme und Funktionen zweiten Grades</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Normalform <math>ax^2 + bx + c = 0</math></li> <li>• Gleichungen zweiten Grades</li> <li>• Scheitelpunktform</li> <li>• graphische Darstellung von Funktionen zweiten Grades</li> </ul>	Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> <li>• lösen quadratische Gleichungen der Form <math>ax^2 + bx + c = 0</math> mit Hilfe der Diskriminante oder durch Faktorisierung</li> <li>• faktorisieren einfache quadratische Terme, wenn die Termstruktur es zulässt</li> <li>• bestimmen mit Hilfe der Scheitelpunktform die Koordinaten des Scheitelpunktes und zeichnen das Schaubild der Funktion.</li> </ul>
<b>Polynome</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Definition (Grad, Koeffizienten)</li> <li>• Nullstellen</li> <li>• Faktorisierung von Polynomen vom Grad <math>\leq 3</math></li> <li>• Vorzeichenuntersuchungen</li> </ul>	Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> <li>• schließen anhand der Termstruktur auf Eigenschaften des Polynoms und formulieren Polynome mit bestimmten Eigenschaften</li> <li>• faktorisieren Polynome mittels Koeffizientenvergleich oder Polynomdivision, wenn eine Nullstelle bekannt ist</li> <li>• lösen Ungleichungen mit Polynomen, die sich in Faktoren 1. oder 2. Grades zerlegen lassen</li> <li>• bestimmen den Verlauf eines faktorisierbaren Polynoms.</li> </ul>

### 2.2 Analysis

Verbindlicher Inhalt	Verbindliche Kompetenzen
<b>Funktionen</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Definitionsbereich und Wertebereich einer Funktion</li> </ul>	Die Schülerinnen und Schüler <ul style="list-style-type: none"> <li>• treffen anhand des Graphen einer Funktion</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• gerade und ungerade Funktion</li> <li>• Monotonieverhalten</li> <li>• Graph der Funktion</li> <li>• Extrema (global, lokal)</li> </ul>	<p>Symmetrieaussagen und fertigen eine Vorzeichen-tabelle (Monotonietabelle) an</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• bestimmen anhand des Graphen die Monotonieintervalle der Funktion ohne Ableitung</li> <li>• lösen Gleichungen der Form <math>f(x) = m</math> und Ungleichungen der Form <math>f(x) &lt; m</math> graphisch</li> <li>• lesen die Extrema am Graphen ab.</li> </ul>
<p><b>Grundfunktionen</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Funktionen 1. Grades</li> <li>• quadratische Funktionen</li> <li>• Wurzelfunktion</li> <li>• Kehrwertfunktion</li> <li>• Betragsfunktion</li> <li>• kubische Funktion</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• beschreiben das Monotonieverhalten der Grundfunktionen und fertigen entsprechende Vorzeichen-tabellen dieser Funktionen an</li> <li>• zeichnen die Graphen der Grundfunktionen und schließen umgekehrt aus der Darstellung eines Graphen auf die zugrunde liegende Grundfunktion</li> <li>• kombinieren Grundfunktionen miteinander durch Bildung von <math>g(x) = f(x) + c</math>, <math>g(x) = a \cdot f(x)</math> und <math>g(x) = f(x + b)</math> und zeichnen die Graphen der neuen Funktionen.</li> </ul>
<p><b>Ganzrationale Funktionen</b></p>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• geben ganzrationale Funktionen an und bestimmen das Verhalten ganzrationaler Funktionen im Unendlichen</li> <li>• bestimmen in einfachen Fällen die Nullstellen einer ganzrationalen Funktion und zerlegen den Funktionsterm in Linearfaktoren.</li> </ul>
<p><b>Ableitung</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Differenzierbarkeit einer Funktion an einer Stelle</li> <li>• Tangente an das Schaubild von <math>f</math></li> <li>• Ableitungsfunktion <math>f'</math></li> <li>• Ableitungsfunktionen der Grundfunktionen mit <math>f(x) = c</math>, <math>f(x) = x</math>, <math>f(x) = x^2</math>, <math>f(x) = \frac{1}{x}</math>, <math>f(x) = \sqrt{x}</math> und <math>f(x) = x^n</math>, <math>n \in \mathbb{N}</math></li> <li>• einfache Ableitungsregeln             <ul style="list-style-type: none"> <li>- Faktorregel</li> <li>- Summenregel</li> <li>- Produktregel</li> <li>- Potenzregel</li> </ul> </li> <li>• höhere Ableitungen</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• verwenden die Formulierung „<math>f</math> heißt differenzierbar an der Stelle <math>x_0</math>“, die Schreibweise <math>f'(x_0)</math> und die geometrische Bedeutung als Steigung der Tangente im Punkt <math>P(x_0   f(x_0))</math> sachgerecht</li> <li>• zeichnen die Tangente in einem Punkt des Graphen mit bestimmter Steigung</li> <li>• ordnen begründend verschiedenen Graphen den entsprechenden Graphen der Ableitungsfunktionen zu und umgekehrt</li> <li>• bestimmen die Ableitungsfunktionen der Grundfunktionen</li> <li>• wenden die Ableitungsregeln an und leiten zusammengesetzte Funktionen mit Hilfe der Ableitungsregeln und den Ableitungen der Grundfunktionen ab.</li> </ul>
<p><b>Untersuchung von Funktionen mit Hilfe der Ableitungsfunktionen</b></p>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Monotonieintervalle: Zusammenhang zwischen Vorzeichen der Ableitungsfunktion und Monotonie der Funktion</li> <li>• Extremstellen:             <ul style="list-style-type: none"> <li>- lokales Minimum/Maximum</li> <li>- notwendige Bedingung</li> <li>- hinreichende Bedingung</li> </ul> </li> <li>• Krümmungsverhalten:             <ul style="list-style-type: none"> <li>- Bestimmung des Krümmungsverhaltens</li> <li>- Wendepunkte</li> </ul> </li> <li>• Anwendung der Differenzialrechnung: Funktionsanpassungen</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• bestimmen die Monotonieintervalle einer Funktion mit Hilfe der Ableitungen und erstellen eine Monotonietabelle</li> <li>• bestimmen rechnerisch das Krümmungsverhalten und die Wendestellen eines Funktionsgraphen</li> <li>• stellen Polynome (höchstens Grad 4) anhand von gegebenen Eigenschaften auf.</li> </ul>
--	---

**Hinweise**

- Auf eine formale Grenzwertbetrachtung wird verzichtet. Die Grenzwertbetrachtungen sollen rein intuitiv und mit Hilfe des Taschenrechners erfolgen.
- Die Einführung des Ableitungsbegriffs kann z.B. als momentane Änderungsrate einer Funktion erfolgen. Konkrete Sachsituationen erleichtern das Verständnis für diesen Zugang.
- Man beschränke sich beim Ableiten auf einfache Funktionen, sodass der Kern des Ganzen nicht durch einen hohen Rechenaufwand verdeckt wird.
- Die Funktionsuntersuchungen sollen sich auf ganzrationale Funktionen beschränken, auch wenn Beispiele anderer Funktionstypen in Aufgaben vorkommen können.

**2.3 Vektorielle Geometrie**

Verbindlicher Inhalt	Verbindliche Kompetenzen
<p><b>Vektoren in der Ebene</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Verschiebungsvektoren</li> <li>• Ortsvektoren</li> <li>• Gleichheit von Vektoren</li> <li>• Addition von Vektoren (Regel von Chasles: <math>\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}</math>)</li> <li>• Produkt eines Vektors mit einer reellen Zahl</li> <li>• Kollinearität von Vektoren</li> <li>• Darstellung von Vektoren im kartesischen Koordinatensystem</li> <li>• Länge eines Vektors</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• begründen den Satz: <math>\vec{AB} = \vec{DC} \Leftrightarrow ABCD</math> ist ein Parallelogramm</li> <li>• stellen die Summe zweier Vektoren geometrisch dar</li> <li>• drücken einen Vektor der Ebene durch zwei nichtkollineare Vektoren aus</li> <li>• verwenden die Schreibweise <math>\lambda \vec{u}</math> und können graphisch oder rechnerisch die Kollinearität zweier Vektoren untersuchen</li> <li>• geben die Koordinaten des Vektors <math>\vec{AB}</math> aus den Koordinaten der Punkte A und B an</li> <li>• geben die Koordinaten der Summe zweier Vektoren an</li> <li>• bestimmen rechnerisch in einem kartesischen Koordinatensystem die Länge eines Vektors und den Abstand zweier Punkte der Ebene.</li> </ul>

<p><b>Geraden in der Ebene</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• explizite Formen <math>y = ax + b</math> oder <math>x = c</math> (Normalform)</li> <li>• implizite Form <math>ax + by + c = 0</math> (allgemeine Geradengleichung)</li> <li>• Parameterform einer Geraden in der Ebene</li> <li>• gegenseitige Lage zweier Geraden:             <ul style="list-style-type: none"> <li>- sich schneidende Geraden</li> <li>- sich orthogonal schneidende Geraden</li> <li>- kollineare Geraden (echt parallel oder identisch)</li> </ul> </li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• lesen aus einer Geradengleichung der Form <math>y = ax + b</math> den y-Achsenabschnitt und die Steigung ab und interpretieren die Begriffe</li> <li>• bestimmen aus zwei Punkten eine explizite Form der Geradengleichung</li> <li>• bestimmen aus zwei Punkten oder einem Punkt und einem Richtungsvektor eine allgemeine Form der Geradengleichung</li> <li>• zeichnen anhand einer Geradengleichung die Gerade in einem kartesischen Koordinatensystem</li> <li>• lesen aus einer allgemeinen Geradengleichung einen Richtungsvektor ab</li> <li>• bestimmen den x-Wert eines beliebigen Punktes der Geraden, die durch einen Stützpunkt und einen Richtungsvektor gegeben ist</li> <li>• bestimmen eine Parameterform der Geraden aus zwei Punkten oder einem Punkt und einem Richtungsvektor</li> <li>• zeichnen Geraden mit Hilfe der Parameterform</li> <li>• wandeln eine implizite (bzw. explizite) Form in die Parameterform einer Geradengleichung um und umgekehrt</li> <li>• untersuchen, ob zwei Geraden kollinear (parallel oder identisch) sind, oder ob sie sich (senkrecht) schneiden</li> <li>• bestimmen den Schnittpunkt zweier Geraden.</li> </ul>
--	--

**Hinweise**

- Die Berechnung des Schnittpunktes zweier Geraden erlaubt eine Wiederholung der Betrachtung der Lösungsvielfalt linearer Gleichungssysteme.

**2.4 Statistik und Wahrscheinlichkeit**

Verbindlicher Inhalt	Verbindliche Kompetenzen
<p><b>Beschreibende Statistik</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Datenerfassung, Datenerhebung und Umgang mit Daten, Darstellungsformen, Diagramme</li> <li>• absolute und relative Häufigkeiten</li> <li>• Median, arithmetischer Mittelwert, Quantile</li> <li>• Boxplot</li> </ul>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• erfassen und erheben Daten statistisch, ordnen diese an, stellen sie übersichtlich dar, analysieren und interpretieren sie</li> <li>• bestimmen absolute und relative Häufigkeiten bzw. berechnen den Mittelwert und die Quantilen (insbesondere den Median) und bewerten die Daten damit.</li> </ul>
<p><b>Wahrscheinlichkeiten</b></p>	<p>Die Schülerinnen und Schüler</p>

<ul style="list-style-type: none"><li>• Zufallsexperiment</li><li>• Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses</li><li>• die Ereignisse <math>A \cap B</math> ; <math>A \cup B</math> ; <math>\bar{A}</math></li><li>• Wahrscheinlichkeit für <math>A \cup B</math></li><li>• Baumdiagramme, Pfadregeln</li><li>• Vierfeldertafeln</li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• interpretieren den Begriff der Wahrscheinlichkeit im Zusammenhang mit gleichwahrscheinlichen Ergebnissen als stabilisierte relative Häufigkeit und lösen damit zusammenhängende Aufgaben und Probleme</li><li>• geben Ergebnismengen von einfachen Zufallsexperimenten an und berechnen die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses (auch die des Gegenereignisses, des Und-Ereignisses, des Oder-Ereignisses)</li><li>• erstellen Baumdiagramme und Vierfeldertafeln und bestimmen damit Wahrscheinlichkeiten.</li></ul>
--	--

**Hinweise**

- Der axiomatische Wahrscheinlichkeitsbegriff soll nicht eingeführt werden. Man beschränke sich auf einfache Anwendungen.

### 3 Operatoren

Operator	Definition
angeben, nennen	Ergebnisse numerisch oder verbal formulieren, ohne Darstellung des Lösungsweges und ohne Begründungen
begründen	eine Aussage, einen Sachverhalt durch Berechnung, nach gültigen Schlussregeln, durch Herleitung oder in inhaltlicher Argumentation verifizieren oder falsifizieren
berechnen, bestimmen	Ergebnisse von einem Ansatz oder einer Formel ausgehend durch Rechenoperationen gewinnen
beschreiben	einen Sachverhalt oder ein Verfahren in vollständigen Sätzen unter Verwendung der Fachsprache mit eigenen Worten wiedergeben
beweisen, zeigen	Aussagen unter Verwendung von bekannten mathematischen Sätzen, logischen Schlüssen und Äquivalenzumformungen und unter Beachtung formaler Kriterien verifizieren
darstellen	mathematische Objekte in einer fachlich üblichen oder in einer vorgeschriebenen Form wiedergeben, graphisch darstellen: Anfertigen einer zeichengenaue, graphischen Darstellung auf der Basis der genauen Wiedergabe wesentlicher Punkte, bzw. maßgetreues oder maßstäbliches zeichnerisches Darstellen eines Objekts
deuten, interpretieren	Sachverhalte, Phänomene, Strukturen oder Ergebnisse in eine andere mathematische Sichtweise umdeuten oder rückübersetzen auf das ursprüngliche Problem
entnehmen	aus vorgegebenen Darstellungen Daten zur Beantwortung von Fragen oder zur Weiterverarbeitung aufbereiten
erklären, erläutern	Sachverhalte auf der Grundlage von Vorkenntnissen so darlegen und veranschaulichen, dass sie verständlich werden
verwenden, nutzen, umgehen mit	Fachbegriffe, Regeln, mathematische Sätze, Zusammenhänge oder Verfahren auf einen anderen Sachverhalt beziehen
skizzieren	die wesentlichen Eigenschaften eines Objekts graphisch vereinfacht darstellen
überprüfen	durch Anwendung mathematischer Regeln oder Kenntnisse in einer ergebnisoffenen Situation einen vorgegebenen Sachverhalt verifizieren oder falsifizieren
untersuchen	Sachverhalte, Probleme, Fragestellungen nach bestimmten, fachlich üblichen beziehungsweise sinnvollen Kriterien zielorientiert erkunden
vergleichen	Gemeinsamkeiten und Unterschiede herausarbeiten
zuordnen	einen begründeten Zusammenhang zwischen Objekten oder Darstellungen herstellen